

Муниципальное казенное общеобразовательное учреждение  
средняя общеобразовательная школа № 2  
г. Омутнинска Кировской области

Утверждено:  
Директор  
МКОУ СОШ № 2 г. Омутнинска

---

Телицына Н. А.  
Приказ № 76 от 30.08.2024



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА** элективного курса  
**«Математическое моделирование»**  
**10 - 11 К Л А С С**  
**на 2024-2025 уч. год**

Омутнинск, 2024

## **ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Рабочая программа элективного курса «Математическое моделирование» для обучающихся 10 –11 классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования. Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

## **ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА**

Элективный курс «Математическое моделирование» является одним из наиболее значимых в программе старшей школы, поскольку, с одной стороны, он обеспечивает инструментальную базу для изучения всех естественно-научных курсов, а с другой стороны, формирует логическое и абстрактное мышление учащихся на уровне, необходимом для освоения курсов информатики, обществознания, истории, словесности. В рамках данного курса учащиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Курс закладывает основу для успешного овладения законами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их в повседневной жизни. В тоже время овладение абстрактными и логически строгими математическими конструкциями развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность утверждения, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление. В ходе изучения курса в старшей школе учащиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций и интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и в искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Курс обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности, требующей самостоятельности, аккуратности, продолжительной концентрации внимания и ответственности за полученный результат.

Все основные содержательно-методические линии изучаются на протяжении двух лет обучения в старшей школе, естественно дополняя друг друга. По мере того как учащиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать полученный результат.

## **МЕСТО ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ**

В учебном плане на изучение курса математического моделирования отводится 1 час в неделю в 10 классе и 1 час в неделю в 11 классе, всего за два года обучения – 68 часов.

## **СОДЕРЖАНИЕ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА**

### **10 класс**

#### **Понятие математической модели**

Понятие математической модели. Широта и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе. Универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности.

#### **Рациональные алгебраические системы как математические модели**

Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными.

Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. Равносильные линейные преобразования систем. Однородные системы уравнений с двумя переменными.

Замена переменной в системах уравнений.

Метод разложения при решении систем уравнений. Метод оценок и итераций при решении систем уравнений. Оценка значений переменных. Сведение уравнений к системам.

Системы уравнений с тремя переменными. Основные методы решения.

Уравнения с модулями. Стандартные схемы раскрытия модулей («правило знаков»).

#### **Математическая модель текстовой задачи**

Построение моделей, решение задачи внутри математической модели. Смысл идеализации, позволяющей решать задачи реальной действительности

математическими методами, примеры ошибок, возникающие при идеализации. Интерпретация результатов решения задач с учетом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых процессов и явлений.

формул различных зависимостей, представление их графически, интерпретация графиков.

Проценты, сплавы, смеси. Движение. Работа, производительность. Задачи на «движение», на «концентрацию», на «смеси и сплавы», на «работу».

## **11 класс**

### **Математическое моделирование иррациональных алгебраических задач**

Иррациональная алгебраическая функция. Арифметические и алгебраические корни. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения.

Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной. Замена с ограничениями.

Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки.

Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами. Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам.

Освобождение от кубических радикалов. Метод оценки, Использование монотонности, использование однородности.

Иррациональные алгебраические неравенства. Почему неравенства с радикалами сложнее уравнений?

Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах (сведение к системам и совокупностям систем).

Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Промежутки знакопостоянства. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.

Замена при решении иррациональных неравенств. Использование монотонности и оценок при решении иррациональных неравенств.

Иррациональные алгебраические системы. Основные приёмы. Смешанные системы с двумя переменными.

### **Геометрические модели**

Ключевые задачи. Геометрическая интерпретация моделей реального мира. Многогранники – пространственные модели реального мира. Моделирование несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств

фигур. Соотношение трехмерных объектов с их описанием, изображением. Анализ взаимного расположения объектов в пространстве.

Планиметрия. Окружность. Угол между касательной и хордой Углы с вершинами внутри и вне круга. Треугольник. Параллелограммы и трапеции

## **ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ» НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

### **ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

**Личностные результаты** освоения программы учебного курса «Математическое моделирование» характеризуются:

#### **1) патриотическое воспитание:**

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

#### **2) гражданское и духовно-нравственное воспитание:**

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

#### **3) трудовое воспитание:**

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

#### **4) эстетическое воспитание:**

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

#### **5) ценности научного познания:**

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением простейшими навыками исследовательской деятельности;

**6) физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:**

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

**7) экологическое воспитание:**

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

**8) адаптация к изменяющимся условиям социальной и природной среды:**

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

**МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

**Познавательные универсальные учебные действия**

**Базовые логические действия:**

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать

определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные рассуждения;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

#### **Базовые исследовательские действия:**

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

#### **Работа с информацией:**

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;

- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

### **Коммуникативные универсальные учебные действия:**

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории;
- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач;
- принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и другие), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

### **Регулятивные универсальные учебные действия**

#### **Самоорганизация:**

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

#### **Самоконтроль, эмоциональный интеллект:**

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;

- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

## **ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Освоение элективного курса «Математическое моделирование» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

### **10 КЛАСС**

Оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство; целое, рациональное, иррациональное уравнение, неравенство; тригонометрическое уравнение;

Выполнять преобразования тригонометрических выражений и решать тригонометрические уравнения.

Выполнять преобразования целых, рациональных и иррациональных выражений и решать основные типы целых, рациональных и иррациональных уравнений и неравенств.

Применять уравнения и неравенства для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

### **11 КЛАСС**

Применять свойства степени для преобразования выражений; оперировать понятиями: показательное уравнение и неравенство; решать основные типы показательных уравнений и неравенств.

Выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы; оперировать понятиями: логарифмическое уравнение и неравенство; решать основные типы логарифмических уравнений и неравенств.

Находить решения простейших тригонометрических неравенств.

Оперировать понятиями: система линейных уравнений и её решение; использовать систему линейных уравнений для решения практических задач.

Находить решения простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств.

Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

Применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

*В рабочую программу включены целевые ориентиры результатов воспитания, выбраны методы, технологии, оказывающие воспитательное воздействие на личность.*

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

### 10 класс

№	Наименование разделов и тем программы	Количество часов		Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	
1.	Понятие математической модели	2	-	<a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a>
2.	Рациональные алгебраические уравнения как математические модели	12	-	<a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a>
3.	Математическая модель текстовой задачи	2	1	<a href="https://resh.edu.ru/subject/51/">https://resh.edu.ru/subject/51/</a>
<b>ИТОГО</b>		<b>34</b>	<b>1</b>	

### 11 класс

№	Наименование разделов и тем программы	Количество часов		Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	
1.	Математическое моделирование иррациональных алгебраических задач	17	1	<a href="https://resh.edu.ru/subject/51/11/">https://resh.edu.ru/subject/51/11/</a>
2.	Геометрические модели	17	-	<a href="https://resh.edu.ru/subject/17/11/">https://resh.edu.ru/subject/17/11/</a>
<b>ИТОГО</b>		<b>34</b>	<b>1</b>	

## ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

<b>10 класс</b>			
<b>№</b>	<b>Название раздела, темы урока</b>	<b>Количество часов</b>	
		<b>Всего</b>	<b>К/р</b>
<b>Понятие математической модели</b>		<b>2</b>	
1.	Понятие математической модели	1	
2.	Универсальный характер законов логики математических рассуждений	1	
<b>Рациональные алгебраические уравнения как математические модели</b>		<b>12</b>	
3.	Замена переменных	1	
4.	Разложение на множители	1	
5.	Умножение на сопряженное выражение	1	
6.	Исследование области определения	1	
7.	Геометрическая интерпретация	1	
8.	Метод перебора	1	
9.	Уравнения с модулем	1	
10.	Рациональные алгебраические системы	1	
11.	Метод подстановки	1	
12.	Метод исключения переменной	1	
13.	Замена переменной в системах уравнений	1	
14.	Решение рациональных уравнений	1	
<b>Математическая модель текстовой задачи</b>		<b>20</b>	
15.	Математическая модель задачи. Работа с текстом	1	
16.	Задачи на движение	1	
17.	Решение задач на движение по прямой	1	
18.	Решение задач на движение по окружности	1	
19.	Задачи по течению и против течения	1	
20.	Задачи на совместную работу	1	
21.	Задачи на конкретную и абстрактную работу	1	
22.	Задачи на сплавы и смеси	1	
23.	Задачи на концентрацию	1	
24.	Задачи на части и на разбавление	1	
25.	Оптимальный выбор и целые числа	1	
26.	Задачи на проценты	1	
27.	Задачи на сложные проценты	1	
28.	Ссуды и кредиты. Задачи на вклады	1	
29.	Решение задач на арифметическую прогрессию	1	
30.	Решение задач на геометрическую прогрессию	1	
31.	Комбинированные задачи	1	
32.	Решение текстовых задач	1	
33.	<b>Итоговый урок контроля. Тест</b>	1	1
34.	Обобщающий урок	1	

<b>11 класс</b>			
№	Название раздела, темы урока	Количество часов	
		Всего	К/р
<b>Математическое моделирование иррациональных алгебраических задач</b>		<b>17</b>	
1.	Иррациональные алгебраические выражения. Извлечение квадратного корня «вручную»	1	
2.	Иррациональные алгебраические уравнения	1	
3.	Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами	1	
4.	Введение новой переменной при решении иррациональных уравнений	1	
5.	Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки	1	
6.	Использование тождества $\sqrt{x^2} =  x $	1	
7.	Использование монотонности при решении иррациональных уравнений	1	
8.	Использование ограниченности при решении иррациональных уравнений	1	
9.	Учет ОДЗ при решении иррациональных уравнений	1	
10.	Решение иррациональных уравнений	1	
11.	Разложение на множители при решении иррациональных уравнений	1	
12.	Иррациональные неравенства. Равносильные преобразования	1	
13.	Замена переменной при решении иррациональных неравенств	1	
14.	Метод интервалов при решении иррациональных неравенств	1	
15.	Нестандартные способы решения иррациональных неравенств	1	
16.	Решение иррациональных неравенств	1	
17.	<b>Контрольная работа по теме «Иррациональные уравнения и неравенства»</b>	1	1
<b>Геометрические модели</b>		<b>17</b>	
18.	Общие треугольники	1	
19.	Теорема о медиане. Теорема о биссектрисе треугольника	1	
20.	Прямоугольные треугольные	1	
21.	Подобие	1	
22.	Площади	1	
23.	Параллелограммы и трапеции	1	
24.	Окружности. Угол между касательной и хордой	1	
25.	Углы с вершинами внутри и вне круга	1	
26.	Решение задач планиметрии	1	
27.	Тривиальные задачи	1	
28.	Вспомогательные задачи	1	
29.	Тетраэдры	1	
30.	Параллелепипеды и призмы	1	
31.	Сферы, цилиндры, конусы	1	
32.	Векторы. Метод координат	1	

33.	Решение задач стереометрии	1	
34.	Обобщающий урок	1	

## **УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

### **ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА**

- Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы/ Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачева М.В. и другие, Акционерное общество «Издательство «Просвещение»
- Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия, 10-11 классы/ Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и другие, Акционерное общество «Издательство «Просвещение»

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ**

Алгебра и начала математического анализа. Методические рекомендации. 10-11 классы: учеб.пособие для общеобразов.организаций/ Н.Е.Федорова, М.В.Ткачева/ Москва: Просвещение

Геометрия. Поурочные разработки. 10—11 классы :

учеб. пособие для общеобразоват. органи заций /

С. М. Саакян, В. Ф. Бутузов. — М. : Просвещение

### **ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ**

#### **ИНТЕРНЕТ**

<https://resh.edu.ru/subject>